

제 8 장 변형률과 응력; 측정과 해석

8.1 개요

지역적인 변형 측정; strain gage 사용

strain gage type

- wire strain gage
- foil strain gage

광역적인 측정 방법;

광탄성 방법

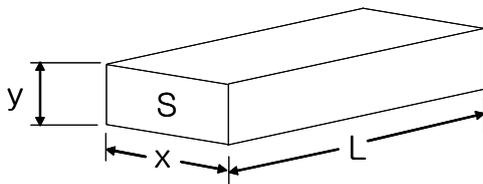
모아레 방법

홀로그래피 방법

8.2 지역적 변형 측정

1) 스트레인 게이지의 원리

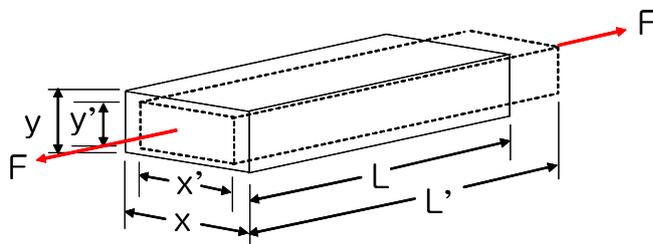
그림과 같은 도체가 갖는 저항



$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ ; 도체의 비저항

- 도체에 힘을 가하여 길이를 변화시켰을 때



변형전의 단면적: $S = xy$

$$\epsilon_x = -\nu\epsilon_z = \frac{x' - x}{x}$$

$$\epsilon_y = -\nu\epsilon_z = \frac{y' - y}{y}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} x' &= (\epsilon_x + 1)x \\ y' &= (\epsilon_y + 1)y \end{aligned}$$

변형후의 단면적: $S' = x'y'$

$$\begin{aligned} S' = x'y' &= (\epsilon_x + 1)(\epsilon_y + 1)xy = (\epsilon_x\epsilon_y + \epsilon_x + \epsilon_y + 1)xy \\ &\simeq (\epsilon_x + \epsilon_y + 1)xy \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{S' - S}{S} = \epsilon_x + \epsilon_y = -2\nu\epsilon_z$$

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{\partial R}{\partial \rho} \Delta \rho + \frac{\partial R}{\partial L} \Delta L + \frac{\partial R}{\partial S} \Delta S \\ &= \frac{L}{S} \Delta \rho + \frac{\rho}{S} \Delta L - \frac{\rho L}{S^2} \Delta S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} &= \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta S}{S} \\ &= \frac{\Delta \rho}{\rho} + \epsilon_z + 2\nu\epsilon_z \\ &= (1 + 2\nu)\epsilon_z + \frac{\Delta \rho}{\rho} \end{aligned}$$

도체가 변형 중에 비저항이 일정하다면, 즉 $\frac{\Delta \rho}{\rho} = 0$ 이면

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} &= (1 + 2\nu)\epsilon_z \\ &= F\epsilon_z \end{aligned}$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{F} \frac{\Delta R}{R}$$

F ; gage factor

strain gage ; R = 120 Ω 또는 350 Ω

* 스트레인 게이지 회로의 오차 원인

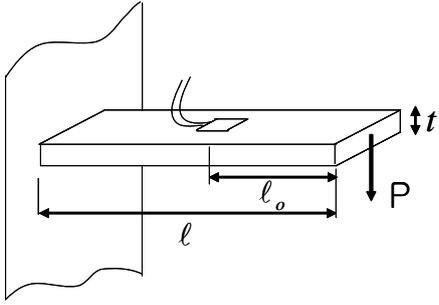
- 스트레인 부착 과정에 서 발생하는 문제 (위치 정확도, 오염 등)
- 그리드 지지부와 그리드 재료의 팽창의 차이
- 리드선 오차 (lead error)
- 온도 변화에 따른 비저항의 변화 (온도보상)

예 1)

Beam의 표면 strain ϵ

(외팔보, 하중; P at ℓ (자유단 끝), 스트레인게이지 부착; 끝단에서 ℓ_o)

E: 단성계수, I: 단면2차모멘트



$$\epsilon = \frac{My}{EI} \quad (1)$$

$$= \frac{P \ell_0 y}{EI}$$

자유단의 변위 $h = \frac{P\ell^3}{3EI}$ (2)

스트레인 게이지 부착면 (표면) $y = \frac{t}{2}$,

식 (1) 과 (2)로부터

$$\epsilon = \frac{3t\ell_0}{2\ell^3} h$$

예로서 $t = 1 \text{ mm}$, $l = 100 \text{ mm}$, $\ell_0 = 80 \text{ mm}$, $h = 0.1 \text{ mm}$ 경우

$$\epsilon = \frac{3 \cdot 1 \cdot 80}{2 \cdot 100^3} \cdot 0.1$$

$$= 12 \times 10^{-6}$$

strain gage $\frac{\Delta R}{R} = F \cdot \epsilon$ 로부터 저항의 변화는

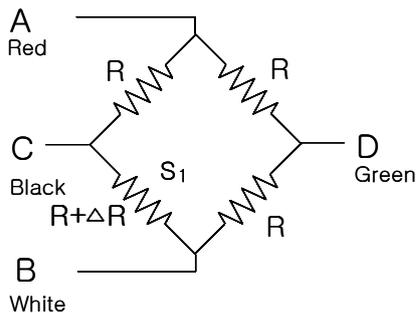
$$\Delta R = F\epsilon R$$

$$= 2.88 \times 10^{-3} \Omega$$

2) 스트레인 게이지 신호처리 방법

Wheatstone bridge 사용

(1) quarter bridge (1 strain gage)



$$V_C = \frac{(R + \Delta R)}{(R + \Delta R) + R} \cdot V = \frac{(R + \Delta R)}{2R + \Delta R} \cdot V$$

$$V_D = \frac{R}{R + R} \cdot V = \frac{R}{2R} \cdot V$$

$$V_C - V_D = \left(\frac{R + \Delta R}{2R + \Delta R} - \frac{R}{2R} \right) \cdot V = \frac{\Delta R}{4R^2 + 2R\Delta R} \cdot V$$

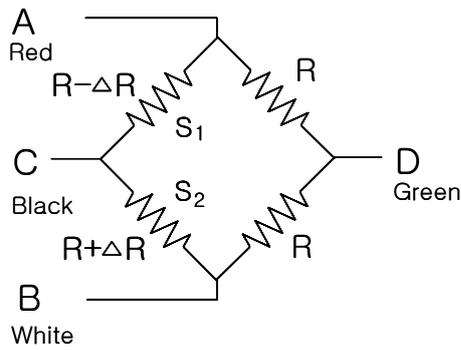
$$= \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R}{R + \frac{1}{2}\Delta R} \right) \cdot V$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R}{R + \frac{1}{2}\Delta R} \right) \cdot V$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{\Delta R}{R}}{1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta R}{R}} \right) \cdot V$$

$$\approx \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R} \cdot V$$

(2) Half bridge

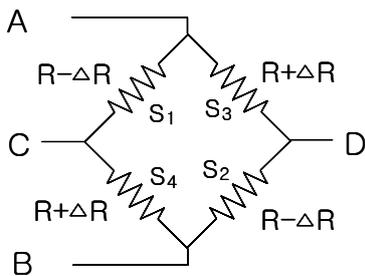


$$V_C = \frac{(R + \Delta R)}{(R + \Delta R) + (R - \Delta R)} \cdot V = \frac{(R + \Delta R)}{2R} \cdot V$$

$$V_D = \frac{R}{R + R} \cdot V = \frac{R}{2R} \cdot V$$

$$V_C - V_D = \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{R} \cdot V$$

(3) Full bridge



$V_A - V_B$ 가 V 일 때, 출력전압 $V_C - V_D$ 는 다음과 같다.

$$V_C = \frac{(R + \Delta R)}{(R + \Delta R) + (R - \Delta R)} \cdot V = \frac{(R + \Delta R)}{2R} \cdot V$$

$$V_D = \frac{(R - \Delta R)}{(R + \Delta R) + (R - \Delta R)} \cdot V = \frac{(R - \Delta R)}{2R} \cdot V$$

$$\begin{aligned} V_C - V_D &= \frac{2\Delta R}{2R} \cdot V \\ &= \frac{\Delta R}{R} \cdot V \end{aligned}$$

8.2 광역적 측정 (Whole-field methods)

1) 광탄성 (Photoelasticity)

epoxy를 시료에 도포하고, 편광을 조사함.

빛이 투과되는 재료가 변형을 받을 때 광학적으로 이중 굴절 (편광) 함.

(1) 주어진 점에서 두 직각 편광면들은 주응력면들과 일치한다.

(2) 두 평면에 상응하는 편광된 두 광선은 그 점에서의 최대 전단응력에 비례하여 재료의 면밖으로 나온다.

(2차원 응력의 경우, 최대 전단응력은 주응력의 차이에 비례)

등색선 (isochromatics)

등경선 (isoclinics)

2) 모아레 기법 (Moire technique)

3) 레이저 홀로그래피(holography)

제 9 장 힘과 토크의 측정

9.1 서론

힘: 유도단위

Newton의 만유인력 법칙

$$F = C \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Henry Cavendish (1731-1810); 비틀림 저울을 사용하여 C 측정

$$C = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

9.2 기계적 무게 측정방법

- 평형을 이용한 대저울
- 분석 천칭
- 다중 레버 시스템
- 진자식 힘 측정 (pendulum mechanism)

9.3 탄성변환기

- 스프링 이용

9.4 Strain-gage Load cells

스트레인 게이지를 이용하여 부재의 변형을 측정
Wheatstone full bridge 이용함.

9.5 Piezoelectric Load cells

압전효과 이용
동적하중, 충격하중 측정에 용이

9.6 토크 (동력) 측정

- 흡수형 동력계; 발생하는 에너지를 흡수하여 동력을 측정
- 구동형 동력계; 직류 전동기 또는 발전기를 이용
- 전달형 동력계 (토크미터)

1) 기계식 및 유압식 동력계 (dynamometer)

흡수형 (제동) 동력계

- prony brake; dry friction에 의존
- water brake; 유체 마찰을 이용

$$T = Fr$$

$$P = T\omega$$

동력의 계산

$$\begin{aligned} 1 \text{ PS} &= 75 \text{ kgf}\cdot\text{m/s} \\ &= 735.5\text{W} \end{aligned}$$

회전수: n rpm, 회전축에 작용하는 토크 $T = Fr \text{ kgf} \cdot \text{m}$

$$\begin{aligned} P &= 2\pi r F_x \frac{n}{60} \\ &= 2\pi \frac{n}{60} T \quad (\text{kgf} \cdot \text{m/s}) \end{aligned}$$

$$L_{ps} = \frac{2\pi n T}{60 \cdot 75} = \frac{nT}{716} \quad (PS)$$

$$L_{kw} = \frac{2\pi n T}{60 \cdot 102} = \frac{nT}{974} \quad (KW)$$

2) 전기식 동력계 (Electric Dynamometer)

eddy current

cradled dc

직류전동기와 발전기

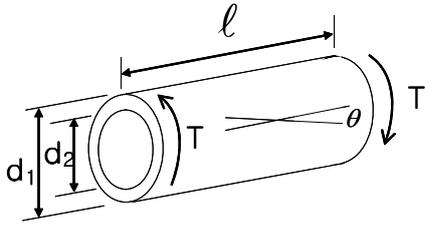
교류 전동기와 발전기

eddy current dynamometer;

자기장내에서 회전하는 금속판이나 바퀴로 구성

9.7 전달형 동력계 (Transmission dynamometer)

그림과 같이 축이 토크를 받을 때 비틀림 변형이 발생



$$\theta = \frac{32000 T \ell}{\pi (d_1^4 - d_2^4) G}$$

(예: $G = 8.31 \times 10^3 \text{ kgf/mm}^2$)

- full bridge strain gage
- slip ring
- 무선을 이용한 통신
- transformer를 이용한 통신

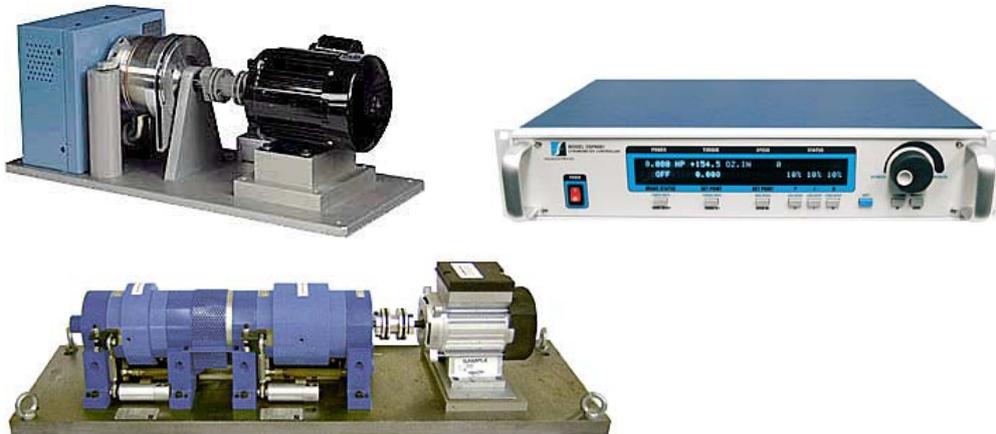


그림 9.7.1 모터 출력 측정 동력계



그림 9.7.2 엔진 동력계