

11. 자유곡면의 NC 절삭가공의 원리

11.1 서론

copy milling machine

NC milling machine

- cutter location data; r_L
- 황삭계획 및 허용공차 지정
- 가공경로계획 (tool path planning) 및 영역가공
- 직선보간길이 (step length) 계산
- 경로간 간격(path interval) 계산
- 공구간섭(overcut) 방지
- 절삭조건 지정

11.2 곡면의 NC 가공을 위한 미분 기하학

11.2.1 곡면의 법선벡터와 CL-data 계산

단위법선 vector

$$n = r_u \times r_v / |r_u \times r_v|$$

Cutter location data:

$$r_L = r_c + R(n - u)$$

예제 11.2

공구반경 $R = 1/2$ 일때, at $u = 1, v = 0$ 에서 C_L 을 구하라.

$$r(u, v) = u \cos v \mathbf{i} + u \sin v \mathbf{j} + \frac{u^2}{2} \mathbf{k}$$

단위법선 벡터;

$$n = -\frac{u}{\sqrt{1+u^2}} \cos v \mathbf{i} - \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} \sin v \mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \mathbf{k}$$

$$r_L = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix} + 1/2 \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} - 0 \\ 0 - 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \end{bmatrix}$$

$$\cong \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0 \\ 0.35 \end{bmatrix}$$

11.2.2 곡선의 곡률

공간상의 곡선 ; $r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k$

접선 벡터: $\dot{r}(t) = dr(t)/dt$

단위접선벡터: $T = \dot{r}/|\dot{r}| = \frac{dr}{dt} / \frac{ds}{dt} = \frac{dr}{ds}$

곡선의 길이: $s(t) = \int_0^t |\dot{r}(t)| dt$

$$\dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt} = |\dot{r}(t)|$$

curvature (곡률);

(참고; Computational geometry for design & manufacture, by Faux and Pratt pp.100-101)

$$\begin{aligned} \chi &= |dT/ds| \\ &= |\dot{r} \times \ddot{r}| / \dot{s}^3 \end{aligned}$$

radius of curvature (곡률반경);

곡률의 역수

예제 11.3)

11.2.3 곡면의 곡률

곡면의 곡률=> 곡면상의 곡선의 곡률

매개변수 정의역에서 2차원 곡선;

$$\mathbf{u}(t) = (u(t), v(t))$$

곡면상의 3차원 곡선;

$$r(t) = r(u(t), v(t))$$

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{\partial r}{\partial u} \frac{du}{dt} + \frac{\partial r}{\partial v} \frac{dv}{dt} = r_u \dot{u} + r_v \dot{v}$$

$$\dot{r} = \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{bmatrix} \dot{u} + \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{bmatrix} \dot{v} = \begin{bmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \\ z_u & z_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = A \dot{u}$$

$$\dot{s}^2 = |\dot{r}|^2 = (\dot{r} \cdot \dot{r}) = (\dot{r}^T \dot{r}) = (A \dot{u})^T (A \dot{u}) = \dot{u}^T A^T A \dot{u}$$

$$\text{let } G = A^T A = \begin{bmatrix} r_u \cdot r_u & r_u \cdot r_v \\ r_u \cdot r_v & r_v \cdot r_v \end{bmatrix}, \dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix}$$

$$\dot{s} = (\dot{u}^T G \dot{u})^{1/2}$$

(11.10)

$$\ddot{r} = \dot{u}(\dot{u}r_{uu} + \dot{v}r_{uv}) + \ddot{u}r_u + \dot{v}(\dot{u}r_{vu} + \dot{v}r_{vv}) + \ddot{v}r_v$$

접선벡터 r_u, r_v 와 법선벡터 n 은 수직; $r_v \cdot n = 0$

$$\begin{aligned} \ddot{r} \cdot n &= \dot{u}^2 r_{uu} \cdot n + 2\dot{u}\dot{v}r_{uv} \cdot n + \dot{v}^2 r_{vv} \cdot n \quad (11.11) \\ &= (\dot{u} \ \dot{v}) \begin{bmatrix} r_{uu} \cdot n & r_{uv} \cdot n \\ r_{uv} \cdot n & r_{vv} \cdot n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} \\ &= \dot{u}^T D \dot{u} \end{aligned}$$

* 곡면의 법선 곡률

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \dot{s} T \\ \dot{T} &= \frac{dT}{dt} = \dot{s} \chi N \quad \left(\chi N = dT/ds \right) \end{aligned}$$

Osculating circle; 곡선에 접하고 곡률반경과 동일한 원

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= \ddot{s} T + \dot{s} \dot{T} \\ &= \ddot{s} T + \dot{s}^2 \chi N \\ \ddot{r} \cdot n &= \dot{s}^2 \chi N \cdot n \quad \leftarrow (T \cdot n = 0) \quad (11.14) \end{aligned}$$

식 (11.10), (11.11), (11.14) 로부터 곡면의 법선곡률 χ_n 은

$$\chi_n = \chi N \cdot n = \ddot{r} \cdot n / \dot{s}^2 = (\dot{u}^T D \dot{u}) / (\dot{u}^T G \dot{u}) \quad ; \text{ 곡면의 법선 곡률 } (11.15)$$

* χ_n 의 최대값, 최소값 (principal curvature)

$\chi_n(\dot{u}) = (\dot{u}^T D \dot{u}) / (\dot{u}^T G \dot{u})$ 를 \dot{u} 에 대하여 미분

(참고; Computational geometry for design & manufacture, by Faux and Pratt pp.110-113)

$$\begin{aligned} \chi_{n1} &= (b + \sqrt{b^2 - ac}) / a \quad ; \text{ 최대값} \\ \chi_{n1} &= (b - \sqrt{b^2 - ac}) / a \quad ; \text{ 최소값} \end{aligned}$$

여기에서,

$$\begin{aligned} a &= |G| = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21} \\ c &= |D| = d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21} \\ b &= (g_{11}d_{22} + g_{22}d_{11})/2 - g_{12}d_{12} \\ G &= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}; \text{ 제1기본행렬} \\ D &= \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}; \text{ 제2기본행렬} \end{aligned}$$

* Principal direction; 최대의 곡률값과 최소의 곡률값을 갖는 방향, 항상 직교

* Convex surface; n 과 N 이 반대방향
Concave surface; n 과 N 이 같은 방향

* 곡면가공의 문제

- 공구의 곡률이 가공할 곡면의 곡률보다 커야 한다. (overcut) 방지

$1/R > \chi_{n1}$; R: ball end mill의 공구반경

- 곡면의 평활도 (smoothness)

최대곡률, 최소곡률의 곱; Gaussian 곡률

Gaussian 곡률: $\chi_g = \chi_{n1} \cdot \chi_{n2} = \frac{|D|}{|G|}$

11.3 황삭계획 및 가공허용오차

황삭가공; flat end mill 사용

C_L 데이터 이용 후처리

* end mill은 바닥부분에 절삭날이 없기 때문에 이를 고려해야 함.

$$* r_L = r_c + a(n-u) + (R-a)(n-\alpha u) / \sqrt{1-\alpha^2}$$
$$\alpha = n \cdot u$$

* 내부허용 오차; 없음

외부허용 오차; 가능한 작은 값

* cusp (scallop, 야마) ; ball endmill이 지나간 흔적 사이의 남은 부분
골 간격; 0.7 ~ 2 mm

11.4 가공경로계획 및 영역가공

가공경로계획(cutter path planning)

자유곡면을 절삭가공할 때 공구의 경로를 결정

parametric 방식

cartesian 방식

CC-Cartesian 방식; 공구접촉점 (cutter contact point)을 기준

CL-Cartesian 방식; C_L point로 이루어진 surface를 기준

고려사항:

- NC기계의 자유도 (2 1/2축, 3축, 5축)
- 사상작업의 요구사항
- 곡면의 요구사항 (parametric/non-parametric)
- NC 테이프의 길이
- 수치적 계산의 난이도

* 가공경로계획방법

parametric 방식; 수치적 계산이 간단, 사각형 patch의 경우
곡률이 큰 방향으로 - 사상작업의 편의를 위하여
Cartesian 방식; 위상학적으로 불규칙할 때

가공경로의 연결; zigzag, one-way

가공영역지정;

trimming; 매개변수의 범위를 지정

area; area로 정의된 폐곡선 내부를 offset을 주어서 가공

island; 지정된 폐곡선 외부에 일정한 offset을 주어서 가공

11.5 직선 보간 길이의 계산

11.5.1 허용오차와 보간길이 관계

외부공차; 덜 깎고 남는 양

내부공차; 초과하여 깎은 양

$$\alpha = 2\cos^{-1}\left(\frac{\rho + R - \epsilon}{\rho + R}\right) \quad (11.20)$$

$$L = 2\rho \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

곡면이 볼록; $\epsilon = \delta_1$ (내부 허용공차)

곡면이 오목; $\epsilon = \delta_0$ (외부 허용공차), $R \leq -R$

11.5.2 Parametric 가공경로에서의 직선보간 길이 계산

곡면 $r(u, v)$

$$u_2 = u_1 + \Delta u$$

$$\Delta u = \rho \alpha / \dot{s}$$

$$\dot{s} = |r_u| \text{ ; flow rate}$$

$$\rho = \dot{s}^3 / |r_u \times r_{uu}|$$

11.5.3 Cartesian 가공경로에서의 직선보간 길이 계산

Trial and Error;

$$\rho = (\overline{or_1} + \overline{or_2})/2$$

$$\alpha = \cos^{-1}(n_1 \cdot n_2)$$

$$(11.20) \Rightarrow \epsilon = (\rho + R)(1 - \cos \frac{\alpha}{2})$$

11.6 경로간 간격 (path interval)의 계산

cusp (scallop, 야마) 의 크기를 고려하여 결정한다.

cusp의 높이; h

경로간의 간격; ℓ

$$\ell = \frac{|\rho| \sqrt{(4R + \rho)^2 (h + \rho)^2 - (\rho^2 + 2R\rho + (h + \rho)^2)^2}}{(R + \rho)(h + \rho)}$$

볼록 곡면; $\rho > 0$

오목 곡면; $\rho < 0$

if $\rho = \infty$,

$$L = 2\sqrt{h(2R - h)}$$

* Cartesian 가공경로의 경우

ℓ_p 는 ℓ 을 xy 평면에 투영시킨 길이

$$\ell_p = \ell |e - (e \cdot k)k|$$

$$e = (n \times t) / |n \times t|$$

$$t = (n \times (t_p \times k)) / |n \times t_p \times k|$$

현재의 공구경로 상에서 모든 접촉점에서 I_p 를 구하여, 이중 최소값에 대하여 다음 경로 계산

* Parametric 가공경로의 경우

$$d = \ell / \sin\theta$$

$$\Delta v = d / |r_v|$$

$$\sin\theta = \frac{|r_u \times r_v|}{|r_u| |r_v|}$$

$$\Delta v = \ell |r_u| / |r_u \times r_v|$$

현재의 공구경로 상에서 모든 접촉점에서 Δv 를 구하여, 이중 최소값에 대하여 다음 경로 계산

11.7 공구간섭(over cut)의 방지

C_L 데이터를 연결한 곡선 중 loop부분 제거
예각인 경우에는 중간에 공구위치를 추가

사용가능한 최대 공구반경 = 곡률반경의 최소값

11.8 곡면의 NC 가공을 위한 절삭조건

11.8.1 End milling에서의 절삭조건

절삭조건 지정 시 고려사항:

- 절삭에 의한 공구 마모
- 과부하에 따른 공구 (절삭날)의 파손
- 공구의 휨 (deflection)과 진동 (chatter)

절삭조건:

- 절삭속도 ; 공구 마모에 가장 큰 영향
- 절삭두께 ; 공구 파손에 영향
- 공구에 작용하는 torque
- 공구에 작용하는 힘 (bending force)

11.8.2 2차원 윤곽의 NC 가공을 위한 절삭 조건

chapter 2 장 참조

11.8.3 자유곡면 NC 가공을 위한 절삭 조건

NC가공의 생산성, 정밀도 달성

면삭 또는 측면가동과 비교하여 다른 점;

- 가공시간이 매우 길다.
- 사용되는 ball end mill이 가늘고 길다.
- ball end mill의 바닥 중앙부분에서 절삭이 일어나므로 공구마모나 손상이 잦다.

* up-milling 또는 down-milling

그림 11.31

정삭의 경우: down milling과 one-way 방식 사용

* 공구의 접촉점과 절삭속도

공구의 접촉점 (CC point)에서 회전반경을 고려하여 절삭 속도 지정

* 경사면 가공시 upward-cutting 또는 downward-cutting

- 경사면을 upward-cutting할 경우 공구의 휨으로 인하여 미절삭 부분이 발생,
ball endmill의 공구 바닥면 바깥부분에서 주로 절삭이 됨
- 경사면을 downward-cutting할 경우 공구의 휨으로 인하여 과절삭 부분이 발생,
ball endmill의 공구 바닥면에서도 절삭이 됨

-> 전체적으로 upward cutting이 되도록 공구경로를 선정함.

11.9 5축 NC 가공

11.9.1 개요

항공기 부품, impeller, turbine blade, propeller
자동차 외관 부품제작용 금형

* 5축 가공기의 형태

X-Y-Z축 + A, B, C 중에서 2축으로 구성

예) X-Y-Z-A-C

* 5축 가공기의 잇점

그림 11.36

- (1) 공구의 옆면 즉 원통면을 이용한 윤곽가공-단 한 번의 공구경로로 cusp없이 가공완료
- (2) 효율적이 공구의 자세
 - 평 엔드밀 사용 시 공구의 자세를 잘 조정하여 cusp양을 최소화
 - ball endmill 사용 시 공구축을 기울여서 중앙부분을 피하여 절삭성이 좋은 자세를 사용
 - 공구의 중심날이 없는 황삭용 평 엔드밀을 이용한 downward cutting이 가능
- (3) 3축의 경우 접근이 불가능한 부분의 가공이 가능
(under cut 부분 가공)
- (4) 공구의 길이가 짧은 ball endmill 사용 가능
채터링 및 진동에 의한 공구 파손을 방지

11.9.6 5축 가공의 기타 문제

- 공작기계의 작동 범위
- 공구 간섭 및 충돌 방지
 - 공구간섭: 절삭날이 가공곡면을 과절삭하는 경우
 - 공구충돌: 공구의 홀더 또는 스피들 등이 곡면과 부딪히는 경우
- 공구자세의 최적화; cusp높이의 최소화